

# 十字交叉法原理的一般性分析

盛 荣

(江都区育才中学, 江苏扬州 225200)

**摘要:** 分析十字交叉法的原理, 证明其中各项意义及所得结果与平均值分母含义相同的原因。其使用步骤为判断、赋值、图解, 此法并非不可缺少, 建议由学生自主探究得出。

**关键词:** 十字交叉法; 数学原理; 解题方法; 教学建议

**文章编号:** 1005-6629(2012)10-0069-03

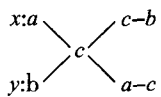
**中图分类号:** G633.8

**文献标识码:** B

十字交叉法是解决二元混合物组成问题的一种常用方法, 对其使用事项已有不少文章进行了说明, 但一般均指出使用十字交叉法计算所得比值的含义与平均值分母的物理量具有高度的一致性<sup>[1][2]</sup>, 但对为何如此却没有做出一般性的数学证明, 笔者就十字交叉法中各项的含义进行了一些分析, 以期得出一般性的结论。

## 1 数学原理

十字交叉法是针对形如  $\frac{a \cdot x + b \cdot y}{x + y} = c$  的特定二元一次方程的速算解法, 对此方程移项整理得:  $\frac{x}{y} = \frac{c-b}{a-c}$ ,

对应图式 ，由此图式可直接得出  $x$  与  $y$  的比值, 而省略移项、整理、化简的过程。

## 2 各项含义

如某二元混合物由 A、B 两组分组成, 此物质具有两个广度性质 (具有加和性)  $x$ 、 $y$ , 即  $x_{\text{总}} = x_A + x_B$ ,  $y_{\text{总}} = y_A + y_B$ ; 并且  $x$ 、 $y$  成正比关系, 即  $y_A = k_A \cdot x_A$ ,  $y_B = k_B \cdot x_B$ ; 因此有组分方程  $\frac{k_A \cdot x_A + k_B \cdot x_B}{x_A + x_B} = \frac{y_{\text{总}}}{x_{\text{总}}}$ 。如果  $\frac{y_{\text{总}}}{x_{\text{总}}}$  为已知数  $k$ , 则可使用十字交叉法快速计算出  $\frac{x_A}{x_B}$  的数值。

由上述表达式可以看出  $k$ 、 $k_A$ 、 $k_B$  均为广度性质  $y$  与  $x$  的比值, 它们的含义是单位  $x$  的某物质所具有的  $y$ , 此物理量为强度性质。只有对如此含义的  $k$  才能使用十字交叉法计算比值, 诸如平均摩尔质量、物质的量浓度、质量分数、平均原子量等都是中学化学常用于十字交叉法计算的有固定含义的强度性质, 但如 pH 等性质不能分解为两个广度性质的比值, 因而不能使用十字交叉法。作为十字交叉法的进阶应用,  $k$  经常也可根据题意扩展到有比例关系的不同物质的某些物理量之比, 但此时要特别注意其含义, 很多错误就是此处含义不清造成的。而计算所得比值  $\frac{x_A}{x_B}$  就是两组分各自的广度

性质  $x$  之比, 也就是多数文章中所述比值与平均值分母的物理量一致的来由。

## 3 简例分析

### 3.1 由已有固定含义的强度性质 $k$ 计算

此类计算有现成解法对照并且通常进行较多练习, 因此一般不易出错, 本文在此仅举例分析含义, 不再列题赘述。

(1) 混合物平均摩尔质量:  $\bar{M} = \frac{M_A \cdot n_A + M_B \cdot n_B}{n_A + n_B} = \frac{m_{\text{总}}}{n_{\text{总}}}$ , 解得  $\frac{n_A}{n_B} = \frac{\bar{M} - M_B}{M_A - \bar{M}}$ 。

(2) 两溶液混合后的物质的量浓度:  $c_{\text{混}} = \frac{c_A \cdot V_A + c_B \cdot V_B}{V_A + V_B} = \frac{n_{\text{总}}}{V_{\text{总}}}$ , 解得两溶液体积比  $\frac{V_A}{V_B} = \frac{c_{\text{混}} - c_B}{c_A - c_{\text{混}}}$ 。但必须在忽略混合过程中体积变化的情境中使用。

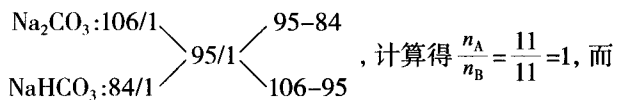
(3) 两溶液混合后的质量分数:  $\omega_{\text{混}} = \frac{\omega_A \cdot m_A + \omega_B \cdot m_B}{m_A + m_B} = \frac{m_{\text{总溶质}}}{m_{\text{总溶液}}}$ , 解得两溶液质量比  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{\omega_{\text{混}} - \omega_B}{\omega_A - \omega_{\text{混}}}$ 。

### 3.2 由相互转化的物质的某些物理量计算

解此类题目时一般要根据题目情境及所给数据选择合适的广度性质相比得到  $k$ , 因而  $k$  没有固定的含义, 会随选用的比例方式不同而变化, 因此要辨明含义再求解。

例1 9.5 克  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  (组分 A) 与  $\text{NaHCO}_3$  (组分 B) 的混合物与足量盐酸反应生成  $\text{CO}_2$  0.1 mol, 计算其组成<sup>[2]</sup>。

方法①: 设  $n_A$  与  $n_B$  为分别由  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  和  $\text{NaHCO}_3$  生成的  $\text{CO}_2$  的物质的量, 则  $\frac{k_A \cdot n_A + k_B \cdot n_B}{n_A + n_B} = \frac{m_{\text{总}}}{n_{\text{总 CO}_2}} = k$ 。可见  $k$  的含义是生成单位物质的量的  $\text{CO}_2$  需要碳酸盐的质量, 对于混合物由题中数据可知  $k$  数值等于 9.5/0.1; 由  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  及  $\text{NaHCO}_3$  与酸的反应方程式可知  $k_A$  数值等于 106/1, 而  $k_B$  数值等于 84/1, 列出图式



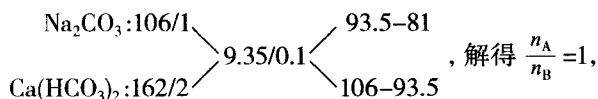
根据反应可知  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  和  $\text{NaHCO}_3$  的物质的量分别等于  $n_A$  和  $n_B$ , 所以也为 1:1。

方法②: 此题中可由  $\text{CO}_2$  的物质的量直接计算出碳酸盐的总物质的量(1:1), 可设  $n_A$  与  $n_B$  分别为  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  和  $\text{NaHCO}_3$  的物质的量, 则有  $\bar{M} = \frac{M_A \cdot n_A + M_B \cdot n_B}{n_A + n_B} = \frac{m_{\text{总}}}{m_{\text{总}}} = \frac{9.5 \text{ g}}{0.1 \text{ mol}}$ , 此时交叉法解得比值就是  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  和  $\text{NaHCO}_3$  的物质的量之比。

方法③: 设  $m_A$  与  $m_B$  分别为  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  和  $\text{NaHCO}_3$  的质量, 可列出  $\frac{k_A \cdot m_A + k_B \cdot m_B}{m_A + m_B} = \frac{n_{\text{总 CO}_2}}{m_{\text{总}}} = k$ , 可见  $k$  的含义是单位质量的碳酸盐生成  $\text{CO}_2$  的物质的量, 不难看出  $k$  数值等于  $0.1/9.5$ ,  $k_A$  数值等于  $1/106$ ,  $k_B$  数值等于  $1/84$ , 列出图式解得的比值即为  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  和  $\text{NaHCO}_3$  的质量比。

例 2 9.35 克  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  (组分 A) 与  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  (组分 B) 混合物与足量盐酸反应生成  $\text{CO}_2$  0.1 mol, 计算其组成。

解: 因为 1 摩尔  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  可生成 2 摩尔  $\text{CO}_2$ , 由  $\text{CO}_2$  的总物质的量无法直接算出碳酸盐混合物的总物质的量, 也就无法使用方法②直接计算  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  和  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  的物质的量之比。此时只能用方法①计算: 而对于  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  而言  $k_B$  的数值等于  $162/2$ , 由图式



但这只是各自生成的  $\text{CO}_2$  之比, 而  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  和  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  的物质的量之比等于 1:0.5。不过此时同样使用方法③可直接计算  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  和  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  的质量之比。只是对于  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  而言  $k_B$  的数值等于  $2/162$ , 代入即可解得。

对比以上两题的解法区别可见: 由于并非所有的混合物的总物质的量都可由其它物质计算出, 故而交叉法不一定能直接解得组分物质的量之比, 可能要进行换算才能得到最终结果。

此类题目在运用交叉法时常常非常灵活, 除可由方程式中直接涉及的物质列式计算外, 还可通过其它成比例关系的性质如质量差值、体积差值进行计算, 这些方法均可由相应的组分方程分析得出, 本文也不再赘述。

### 3.3 由混合物中某些微粒的比例关系计算

此类题目中或直接给出或可由其它数据换算出混合物中某些微粒的比例, 而由交叉法直接算得比值

是组分物质中某些微粒的比例, 此比例需要进一步换算为组分物质的比例, 忽略此点也易出错。

例 3 一定量  $\text{C}_2\text{H}_6$  (组分 A) 和  $\text{C}_3\text{H}_8$  (组分 B) 混合物中含碳 0.8 mol、氢 2.2 mol, 计算其组成<sup>[2]</sup>。

方法①: 设  $n_A$  与  $n_B$  分别为  $\text{C}_2\text{H}_6$  和  $\text{C}_3\text{H}_8$  中碳原子的物质的量, 则有  $\frac{k_A \cdot n_A + k_B \cdot n_B}{n_A + n_B} = \frac{n_{\text{总 H}}}{n_{\text{总 C}}} = k$ 。可见  $k$  的含义是物质中含单位物质的量的碳原子时含氢原子的物质的量,  $k$  数值等于  $2.2/0.8$ ,  $k_A$  数值等于  $6/2$ ,  $k_B$  数值等于  $8/3$ , 列出图式解得  $\frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{3}$ , 但  $n(\text{C}_2\text{H}_6):n(\text{C}_3\text{H}_8) = (1/2):(3/3) = 1:2$ 。

此题中无论是从碳原子还是氢原子的总物质的量均无法直接计算出混合物的总物质的量, 因此无法直接求得  $n(\text{C}_2\text{H}_6)$  与  $n(\text{C}_3\text{H}_8)$  的比例, 而只能间接算得。

方法②: 设  $m_A$  与  $m_B$  分别为  $\text{C}_2\text{H}_6$  和  $\text{C}_3\text{H}_8$  质量, 则有  $\frac{k_A \cdot m_A + k_B \cdot m_B}{m_A + m_B} = \frac{m_{\text{总 H}}}{m_{\text{总}}} = k$ 。其中  $k$  的含义是单位质量的物质中含氢元素的质量, 可见  $k$  数值等于  $\frac{2.2 \times 1}{2.2 \times 1 + 0.8 \times 12}$ ,  $k_A$  数值等于  $\frac{6 \times 1}{6 \times 1 + 2 \times 12}$ ,  $k_B$  数值等于  $\frac{8 \times 1}{8 \times 1 + 3 \times 12}$ , 列出图式直接解得  $\text{C}_2\text{H}_6$  和  $\text{C}_3\text{H}_8$  质量比。

有趣的是, 有些题目不能直接求得物质的量之比, 但可以直接求得质量之比, 其原因是: 物质中任一成分的质量均可由“总质量  $\times$  质量分数”算得, 成比例关系; 物质的总质量一定等于其中各成分质量之和。但任一微粒的物质的量不一定与混合物的总物质的量成比例关系, 故而不一定能直接求得组分的物质的量之比。不过因为质量计算一般较为复杂、不易化简, 大多题目不宜如此计算。

## 4 适用范围和使用步骤

### 4.1 判断

混合物的某强度性质  $k$  (即通常所说平均值) 必须是两个广度性质的比值才能使用交叉法。

### 4.2 赋值

分析出  $k$  的含义后再确定  $k_A$ 、 $k_B$  的数值, 可使用极端假设法假设全为 A 或全为 B 时此强度性质即为  $k_A$  或  $k_B$ 。

### 4.3 图解

列图式以交叉法求出的比值是强度性质  $k$  分母上的广度性质  $x$  的比值。如与题目待求量不符还需转化才能得到最终结果。

## 5 使用价值及教学建议

交叉法是求解二元混合物组成的便捷方法, 灵活使用该方法可以省略计算步骤、提高解题速度。但

# 近几年上海高考压轴计算型选择题的常用解法

李凤英

(世界名中学联盟, 上海 200433)

**摘要:** 近几年上海高考压轴选择题(第17、22题)通常以计算题的形式出现, 本文就解答这类题目的思路做了归纳。其常用解题方法有: 差量法、极值法、十字交叉法、平均值法等。若能掌握并熟练运用这些方法, 那么对解答该类题目将有很大帮助。

**关键词:** 高考压轴题; 选择计算题; 解题方法

**文章编号:** 1005-6629(2012)10-0071-03

**中图分类号:** G633.8

**文献标识码:** B

近几年上海高考试卷中的两个压轴选择题(第17题和第22题)通常以计算题的形式出现, 解答这类题目需要一定的思路, 常用解题方法有: 差量法、极值法、十字交叉法、平均值法等。如果能够掌握并熟练运用这些方法, 那么对解答该类题目将有很大帮助。

本文就这类题目的解答思路进行了归纳, 主要有四种类型:

- 1、反应物中一种物质可能过量型;
- 2、反应物中一种物质不确定型;
- 3、两种物质比例不同, 反应产物也不同;

4、有“三”时只考虑“二”, 即当有三种反应物或生成物时, 可适当选择其中两种, 简化为列二元一次方程组。

下面就上述四种类型分别举例, 针对每题给出详细的解答。例题均为近几年上海高考题和2012年上海各区县一模和二模试题。

## 1 反应物中一种物质可能过量型

即反应物中一种物质可以恰好完全反应, 也可以过量。

例1 (2008年上海高考第22题) 在石灰窑中烧

制生石灰, 1 mol  $\text{CaCO}_3$  完全分解所需要的能量, 可燃烧 0.453 mol 碳来提供。设空气中  $\text{O}_2$  体积分数为 0.21,  $\text{N}_2$  为 0.79, 则石灰窑产生的气体中  $\text{CO}_2$  的体积分数可能是 ( )

- A. 0.43    B. 0.46    C. 0.49    D. 0.52

[解析] 本题中可以过量的是空气。在没有能量损失时, 石灰窑中  $\text{CO}_2$  气体的体积分数为:  $(1+0.453)/(1+0.453+0.453 \times 79/21)=0.46$ 。如果有能量损失, 则空气过量, 所以只要  $\text{CO}_2$  的体积分数不大于 0.467 就是正确答案。因此, 选 A、B。

拓展练习1 已知硫铁矿在沸腾炉中煅烧, 通入沸腾炉中的气体原料是空气, 其中  $\text{N}_2$  的体积分数为 0.80, 则沸腾炉排出的气体中  $\text{SO}_2$  的体积分数可能是 ( )

- A. 0.13    B. 0.15    C. 0.22    D. 0.26

[解析] 本题中允许过量的是空气。1) 当  $\text{FeS}_2$  与空气中的氧气恰好反应时:  $4\text{FeS}_2+11\text{O}_2 \rightarrow 2\text{Fe}_2\text{O}_3+8\text{SO}_2$ ,  $\text{SO}_2$  的体积分数为  $8/(8+44)=0.15$ , 为使  $\text{FeS}_2$  完全反应, 需要空气过量。2) 当空气过量时, 排出气体中  $\text{SO}_2$  的体积分数减小。因此选项中不大于 0.15 的都是正确答案, 故选 A、B。

究其根本只是对组分方程  $\frac{k_A \cdot x_A + k_B \cdot x_B}{x_A + x_B} = \frac{y_{\text{总}}}{x_{\text{总}}}$  的图式速算, 要想准确使用必须对混合物的各性质作出准确理解, 也就需要能够列出上述组分方程, 而实际上解此方程的计算量一般并不很大, 耗用的时间并非不能接受。而且有些学生在学习了十字交叉法后, 遇到混合物求解题目就不管正误生搬硬套此法, 而不是去真正建立相关转化及数量关系, 如此也就背离了教学的真正目标。因此, 笔者以为十字交叉法并非教学中一种必不可少的方法, 并且讲授的时间不宜过早。建议在学生真正理解物质间的数量关系、形成完整解题思路之后, 再

将十字交叉法作为一个自主探究的课题, 由学生自行分析总结得出。如此安排更能凸显学生学习的主体地位, 既巩固了已有知识又培养了探究能力, 使教学过程更有效率。

## 参考文献:

- [1] 朱春清. 十字交叉法在化学计算中的应用 [J]. 化学教学, 2011, (5): 61~63.
- [2] 李薇. 十字交叉法应用中的常见问题及解析 [J]. 化学教学, 2012, (5): 63~65.