

问题讨论与思考



十字交叉法的导出和运用

刘有智

(金川集团公司第一高级中学 甘肃金昌 737103)

十字交叉法也称图解法,作为一种简化的解题方法,应用于二元混合体系具有平均值的计算问题,它具有简化思路、简便运算、计算速度快等显著优点。近年来,十字交叉法在中学化学计算中广泛使用,有许多高考题也可用此法快速求解。但是,到目前为止,一些书刊对该方法的介绍仅仅局限于简单推导、应用的范畴,且应用时始终把平均值放在“十字”的中间,而没有把通过十字交叉得到差值的比值的含义如何确定讲清楚,更没有将十字交叉法灵活应用,使得在使用该方法时没有真正达到简化思路、快速准确求解的目的,从而限制了该方法的推广和应用。本文拟就如何确定通过十字交叉得到差值的比值的含义及如何根据题目的不同要求灵活应用十字交叉法来快速进行化学计算做如下探讨。

1 十字交叉法的推导

对于不定方程 $A_1x_1 + A_2x_2 = (x_1 + x_2)\bar{A}$, 当 \bar{A} 介于 A_1, A_2 之间且 $x_1, x_2, A_1, A_2, \bar{A}$ 均为正值时, 有如下结果:

即表示为: $\frac{\bar{A}-A_2}{A_1-\bar{A}} = \frac{x_1}{x_2}$ ① 即表示为:

$$\begin{array}{c} A_1 \quad \bar{A}-A_2 \\ \quad \quad \quad \backslash / \\ \quad \quad \quad A \\ \quad \quad \quad / \backslash \\ A_2 \quad A_1-\bar{A} \end{array}$$

将①式等号两边同加 1, 化简整理后可得: $\frac{A_1-A_2}{A_1-\bar{A}} = \frac{x_1+x_2}{x_2}$ ② 可表示为:

$$\begin{array}{c} \bar{A} \quad A_1-A_2 \\ \quad \quad \quad \backslash / \\ \quad \quad \quad A_1 \\ \quad \quad \quad / \backslash \\ A_2 \quad A_1-\bar{A} \end{array} \quad \text{由①式可得: } \frac{A_1-\bar{A}}{\bar{A}-A_2} = \frac{x_2}{x_1}$$

在上式等号两边同加 1, 化简整理后可得: $\frac{A_1-A_2}{\bar{A}-A_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1}$ ③ 可表示为:

$$\begin{array}{c} \bar{A} \quad A_1-A_2 \\ \quad \quad \quad \backslash / \\ \quad \quad \quad A_2 \\ \quad \quad \quad / \backslash \\ A_1 \quad \bar{A}-A_2 \end{array}$$

由以上推理可知,在使用十字交叉法进行计算时,不一定非要把平均值置于“十字”的中间,而应当根据题目的已知条件和求解的目的,灵活应用十字交叉法,只有这样,才能更加体现使用该法进行计算的优点。

2 使用十字交叉法进行计算时的注意事项

(1) 应用范围 只适用于二元混合体系(或多元混合体系可化归为二元混合体系)具有平均值的计算问题。

(2) 找出平均值,准确确定比值的含义 通过十字交叉得到差值的比值的含义是由平均值的“标准”决定的,即由物理量的单位的“分母”决定。表 1 列出的是中学化学中常见的可用十字交叉法进行计算的二元混合体系的平均值和比值的含义。

表 1 常见二元混合体系的平均值和比值的含义

平均值	单位	标准	对象	比值的含义
溶液中溶质的质量分数	g/g	100g 溶液	溶液	溶液的质量比
溶液的物质的量浓度	mol/L 或 mol/m ³	1L 或 1m ³ 溶液	溶液	溶液的体积比
平均摩尔质量	g/mol 或 kg/mol	1mol 分子或原子	分子或原子	分子或原子的物质的量之比
平均密度	g/cm ³ 或 g/L	1cm ³ 固体、液体或 1L 气体	固体、液体或气体	固体、液体或气体的体积比

(3) 要计算“十字”中的某一个值特别是计算平均值时或有关混合物计算时,最好用守恒法来计算,用十字交叉法来计算反而不方便。

(4) 使用十字交叉法时,一定要将通过十字交叉法得到的差值与“十字”中最前面的两个数字的含义一一对应。

3 十字交叉法的运用

3.1 运用于有关溶液中溶质质量分数的计算

[例 1] 有 A g 质量分数为 15% 的硝酸钾溶液,若将其质量分数变为 30%,可采用的方法有()

- A. 蒸发掉溶剂的 $\frac{1}{2}$ B. 蒸发掉溶液的 $\frac{1}{2}$
 C. 加入 $\frac{3A}{14}$ g 的硝酸钾 D. 加入 $\frac{3A}{20}$ g 的硝酸钾

[解析] 纯溶质中溶质的质量分数为 100%, 纯水中溶质的质量分数为 0%, 设加入纯硝酸钾 x g, 蒸发水 y g, 则有:

$$\begin{array}{c} 100 \\ \quad \quad \quad \backslash / \\ \quad \quad \quad 30 \\ \quad \quad \quad / \backslash \\ 15 \quad 70 \end{array} \quad \frac{15}{70} = \frac{x}{A \text{ g}} \quad x = \frac{15A \text{ g}}{70} = \frac{3A}{14} \text{ g}$$

$$\begin{array}{c} 0 \\ \quad \quad \quad \backslash / \\ \quad \quad \quad 30 \\ \quad \quad \quad / \backslash \\ 15 \quad 30 \end{array} \quad \frac{15}{30} = \frac{y}{A \text{ g}} \quad y = \frac{15A \text{ g}}{30} = \frac{A}{2} \text{ g}$$

故选 B、C。

3.2 运用于有关溶液的物质的量浓度的计算

[例 2] 1.5 mL 1 mol/L NaCl 溶液,可稀释成 0.05 mol/L 的 NaCl 溶液多少毫升?

[解析] 纯水的物质的量浓度为 0 mol/L,设 0.05 mol/L 的 NaCl 溶液的体积为 V,则有:

$$\begin{array}{c}
 0.05 \quad 1 \\
 \diagdown \quad / \\
 0 \\
 / \quad \diagdown \\
 1 \quad 0.05
 \end{array}
 \quad \frac{1}{0.05} = \frac{V}{1.5 \text{ mL}} \quad V = 30 \text{ mL} \quad \text{答:略。}$$

此题若用溶质的物质的量守恒来计算更方便。

3.3 运用于有关同位素相对原子质量的计算

[例 3] 铜有两种同位素:⁶³Cu 和 ⁶⁵Cu,Cu 的相对原子质量为 63.5,估算⁶³Cu 的丰度为()

A. 75 % B. 25 % C. 50 % D. 66.7 %

[解析] 设铜原子为 100 mol,其中⁶³Cu 的物质的量为 x,则有:

$$\begin{array}{c}
 {}^{63}\text{Cu} \quad 63 \quad 1.5 \\
 \diagdown \quad / \\
 \quad 65 \\
 / \quad \diagdown \\
 \text{Cu} \quad 63.5 \quad 2
 \end{array}
 \quad \frac{1.5}{2} = \frac{x}{100 \text{ mol}} \quad x = 75 \text{ mol} \quad \text{故选 A。}$$

3.4 运用于有关相对分子质量的计算

[例 4] 标准状况下,10 mL NO 和 NO₂ 的混合气体相对分子质量是 39.6,通入适量氧气后体积仍是 10 mL,但相对平均分子质量变为 42.8,求通入的 O₂ 的体积。

[解析] 设通入 O₂ 前,NO 的体积为 x;通入 O₂ 后,NO 的体积为 y,据反应 2NO+O₂====2NO₂ 及已知条件可知,通入氧气后的气体仍然为 NO 和 NO₂ 的混合气体。则有:

$$\begin{array}{c}
 \text{NO} \quad 30 \quad 6.4 \\
 \diagdown \quad / \\
 \quad 46 \\
 / \quad \diagdown \\
 \text{混合气体} \quad 39.6 \quad 16
 \end{array}
 \quad \frac{6.4}{16} = \frac{x}{10 \text{ mL}} \quad x = 4 \text{ mL}$$

$$\begin{array}{c}
 \text{NO} \quad 30 \quad 3.2 \\
 \diagdown \quad / \\
 \quad 46 \\
 / \quad \diagdown \\
 \text{混合气体} \quad 42.8 \quad 16
 \end{array}
 \quad \frac{3.2}{16} = \frac{y}{10 \text{ mL}} \quad y = 2 \text{ mL}$$

据反应 2NO+O₂====2NO₂ 可知,通入 O₂ 1 mL。 答:略。

3.5 运用于有关有机化学中的计算

[例 5] 标准状况下,甲烷和一氧化碳、乙炔的混合气体 8.96 L,完全燃烧生成 CO₂ 26.4 g,则原混合气体中乙炔的体积是多少?

[解析] 1 mol 混合气体中含碳原子 1.5 mol,而 1 mol CH₄ 和 1 mol CO 均含碳原子 1 mol,故可将 CH₄ 和 CO 的混合气体视为一组分,设混合气体中乙炔的体积为 V,则有:

$$\begin{array}{c}
 \text{乙炔} \quad 2 \quad 0.5 \\
 \diagdown \quad / \\
 \quad 1 \\
 / \quad \diagdown \\
 \text{原混合气体} \quad 1.5 \quad 1
 \end{array}
 \quad \frac{0.5}{1} = \frac{V}{8.96 \text{ mL}} \quad V = 4.48 \text{ mL} \quad \text{答:略。}$$

[例 6] 120 °C 时,将 2 L 甲烷和丙烯组成的混合气体点燃,充分燃烧后得到 5 L CO₂ 和 5.5 L 水蒸气(气体体积均在同温同压下测定),则原混合气体中丙烯的体积是多少?

[解析] 此题中可以找出的平均值较多,故可根据不同的平均值分别来计算。设丙烯的体积为 V。

(1) 依据 $\bar{V}(\text{CO}_2)$ 计算:

$$\begin{array}{c}
 \text{丙烯} \quad 3 \quad 1.5 \\
 \diagdown \quad / \\
 \quad 1 \\
 / \quad \diagdown \\
 \text{混合气体} \quad 2.5 \quad 2
 \end{array}
 \quad \frac{1.5}{2} = \frac{V}{2 \text{ L}} \quad V = 1.5 \text{ L}$$

(3) 依据 $\bar{n}(\text{C})$ 计算:

$$\begin{array}{c}
 \text{丙烯} \quad 3 \quad 1.5 \\
 \diagdown \quad / \\
 \quad 1 \\
 / \quad \diagdown \\
 \text{混合气体} \quad 2.5 \quad 2
 \end{array}
 \quad \frac{1.5}{2} = \frac{V}{2 \text{ L}} \quad V = 1.5 \text{ L}$$

(2) 依据 $\bar{V}(\text{H}_2\text{O})$ 计算:

$$\begin{array}{c}
 \text{丙烯} \quad 3 \quad 0.75 \\
 \diagdown \quad / \\
 \quad 2 \\
 / \quad \diagdown \\
 \text{混合气体} \quad 2.75 \quad 1
 \end{array}
 \quad \frac{0.75}{1} = \frac{V}{2 \text{ L}} \quad V = 1.5 \text{ L}$$

(4) 依据 $\bar{n}(\text{H})$ 计算:

$$\begin{array}{c}
 \text{丙烯} \quad 6 \quad 1.5 \\
 \diagdown \quad / \\
 \quad 4 \\
 / \quad \diagdown \\
 \text{混合气体} \quad 5.5 \quad 2
 \end{array}
 \quad \frac{1.5}{2} = \frac{V}{2 \text{ L}} \quad V = 1.5 \text{ L}$$

(5) 依据 \bar{M} 计算:

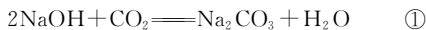
$$\begin{array}{ccc} & 42 & 19.5 \\ & \diagdown & / \\ & 16 & \\ & / & \diagdown \\ 混合气体 & 35.5 & 26 \end{array}$$

$$\frac{19.5}{26} = \frac{V}{2L} \quad V = 1.5L \quad \text{答:略。}$$

3.6 运用于化学综合计算中

[例 7] 用 1 L 2.0 mol/L NaOH 溶液吸收 1.6 mol CO₂, 所得溶液中 CO₃²⁻ 和 HCO₃⁻ 的物质的量浓度之比是多少?

[解析] 解法 1: 以 2 mol NaOH 作为标准, 将 1.6 mol CO₂ 作为平均值, 据以下反应:



可知: 2 mol NaOH 完全转化为 Na₂CO₃ 需 CO₂ 1 mol; 完全转化为 NaHCO₃ 需 CO₂ 2 mol。则有:

$$\begin{array}{ccc} & 0.4 & \\ & \diagdown & / \\ & 1.6 & \\ & / & \diagdown \\ & 2 & 0.6 \end{array}$$

$$\frac{0.4}{0.6} = \frac{n(\text{生成 } Na_2CO_3 \text{ 所需 NaOH 的物质的量})}{n(\text{生成 } NaHCO_3 \text{ 所需 NaOH 的物质的量})} = \frac{2}{3} \quad \text{所以: } \frac{n(CO_3^{2-})}{n(HCO_3^-)} = \frac{1}{3}$$

解法 2 以 1.6 mol CO₂ 作为标准, 将 2 mol NaOH 作为平均值, 据反应①②可知: 1.6 mol CO₂ 完全转化为 Na₂CO₃ 需 NaOH 3.2 mol; 完全转化为 NaHCO₃ 需 NaOH 1.6 mol, 则有:

$$\begin{array}{ccc} & 0.4 & \\ & \diagdown & / \\ & 2 & \\ & / & \diagdown \\ 1.6 & & 1.2 \end{array}$$

$$\frac{0.4}{1.2} = \frac{n(\text{生成 } Na_2CO_3 \text{ 所需 } CO_2 \text{ 的物质的量})}{n(\text{生成 } NaHCO_3 \text{ 所需 } CO_2 \text{ 的物质的量})} = \frac{1}{3} \quad \text{据碳元素守恒, } \frac{n(CO_3^{2-})}{n(HCO_3^-)} = \frac{1}{3}$$

用元素守恒法解此题既快又准确。 答:略。

[例 8] 8.0 g Fe₂O₃ 和 CuO 的混合物被足量 CO 充分还原后, 固体质量减少 2.0 g, 求混合物中 Fe₂O₃ 的质量。

[解析] 该题涉及的化学反应如下: $Fe_2O_3 + 3CO \xrightarrow{\Delta} 2Fe + 3CO_2$ $CuO + CO \xrightarrow{\Delta} Cu + CO_2$

解法 1 以 8.0 g 固体作标准, 将 2.0 g 差量作为平均值, 据以上反应可知: 8.0 g 固体全部为 Fe₂O₃, 被足量 CO 充分还原后, 固体质量减少 2.4 g; 8.0 g 固体全部是 CuO, 被足量 CO 充分还原后, 固体质量减少 1.6 g, 则有:

$$\begin{array}{ccc} & 0.4 & \\ & \diagdown & / \\ & 1.6 & \\ & / & \diagdown \\ & 2 & 0.8 \end{array}$$

$$\frac{0.4}{0.8} = \frac{m(Fe_2O_3)}{m(\text{混合物})} = \frac{m(Fe_2O_3)}{8.0g} \quad m(Fe_2O_3) = 4g$$

解法 2: 从反应方程式可知, 两个反应中, 固体减少的质量就是原氧化物中氧元素的质量, 若以 2.0 g 差量作标准, 也就是以 0.125 mol 氧原子作标准, 将 8.0 g 固体作平均值。8.0 g 混合物中含氧原子 0.125 mol, 若含 0.125 mol 氧原子, 分别需要

$$Fe_2O_3 \frac{20}{3} g, CuO 10 g, \text{则有:}$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 & \\ & \diagdown & / \\ & 10 & \\ & / & \diagdown \\ & 8 & \frac{10}{3} \end{array}$$

$$\frac{2}{10/3} = \frac{n(Fe_2O_3 \text{ 中所含氧原子的物质的量})}{n(\text{混合物中所含氧原子的物质的量})} = \frac{n(Fe_2O_3 \text{ 中所含氧原子的物质的量})}{0.125 mol}$$

$n(Fe_2O_3 \text{ 中所含氧原子的物质的量}) = 0.075 mol$

$n(Fe_2O_3) = 0.025 mol$ 故: $m(Fe_2O_3) = 0.025 mol \times 160 g/mol = 4 g$

解法 3: 以 1 g 氧化物做标准, 将 1 g 混合物在反应中减少的质量作为平均值。1 g 混合物在反应中减少 $\frac{1}{4} g$, 1 g Fe₂O₃ 和

$$1g CuO \text{ 在反应中分别减少 } \frac{3}{10} g \text{ 和 } \frac{1}{5} g, \text{ 将 } \frac{1}{4} \text{ 作为平均值, 则有:}$$

$$\begin{array}{ccc} & \frac{3}{10} & \frac{1}{20} \\ & \diagdown & / \\ & \frac{1}{5} & \\ & / & \diagdown \\ & \frac{1}{4} & \frac{1}{10} \end{array}$$

$$\frac{1/20}{1/10} = \frac{m(Fe_2O_3)}{m(\text{混合物})} = \frac{m(Fe_2O_3)}{8.0g}$$

$m(Fe_2O_3) = 4 g$

此题若用差量法直接求解不易出错。 答:略。

通过以上对十字交叉法的推理和运用, 我们不难看出, 要想在化学计算中使用十字交叉法, 就必须明确比值的含义; 要想在化学计算中更加突出使用十字交叉法所体现出的简化思路、简便运算等优点, 就应当根据题目的具体要求, 放置“十字”中的 3 个数, 而不一定非要平均值置于“十字”的中间。