

“十字交叉法”错例分析及解题思路的建立

周建华¹ 向太平²

(1. 江苏连云港市海州高级中学 222023; 2. 湖北恩施自治州高级中学 445000)

摘要 在化学计算中,常用“十字交叉法”来快速确定二元混合物的含量关系(如质量比、物质的量比、体积比等)。但许多情况下,由于对运用“十字交叉法”的条件缺乏正确的认识,不能建立有效的解题思路,出现不会应用和解题错误的现象。通过一些典型错例,分析和讨论了运用“十字交叉法”产生错误的原因,并提出一种有效的解题思路。

关键词 十字交叉 化学计算 错例

1 问题的提出

对于二元一次方程式: $X+Y=1, aX+bY=c$ (其中 a, b, c 均大于 0, 且 $a < c < b$) 其方程式的解为 $X = \frac{b-c}{b-a}, Y = \frac{c-a}{b-a}$, 即 X 与 Y 的比值 $\frac{X}{Y} = \frac{b-c}{c-a}$, 这一结果可用如下方式来表示:

$$\begin{array}{c} a & & b-c \\ & \diagdown & / \\ & c & \\ & / & \diagdown \\ b & & c-a \end{array} \text{---} = \frac{x}{y}, \text{即所谓的“十字交叉法”。}$$

通过此方式可以根据 a, b, c 的值交叉所得的差值之比确定 X 与 Y 的比值。由上可知,“十字交叉法”是上述二元一次方程式的一种经验式的表述,运用“十字交叉法”,可以避免一些复杂的运算,是解决这类问题的一种简便方法。

在化学计算中对于二元混合物的体系,要确定其含量关系(如质量比、物质的量比、体积比等)时,通常可以运用“十字交叉法”。但在实际解题过程中,必须准确理解“十字交叉法”的由来和条件,形成有效的解题思路,否则往往会得到错误的结果。本文拟通过一些典型案例来分析运用“十字交叉法”进行化学计算应注意的条件及错误产生的原因,从而建立解题的基本思路。

2 案例分析

一般认为,对于可以采用二元一次方程的方法来确定 2 种物质组成的混合物,其含量关系符合方程 $X+Y=1, aX+bY=c$ (其中 a, b, c 均大于 0, 且 $a < c < b$) 时,即可运用“十字交叉法”进行解答,在实际运用时必须注意以下几个问题。

2.1 X、Y 的物理量

[例 1] 硼有 2 种天然同位素 ^{10}B 、 ^{11}B , 硼元素的近似相对原子质量为 10.80, 则对硼元素中 ^{10}B 的质量分数判断正确的是()

- A. 20% B. 略大于 20% C. 略小于 20% D. 80%

错解: 根据十字交叉法 $\begin{array}{c} 10 & & 0.2 \\ & \diagdown & / \\ & 10.8 & \\ & / & \diagdown \\ 11 & & 0.8 \end{array} \text{---} = \frac{1}{4}$ 可知, 硼的 2

种天然同位素 ^{10}B 和 ^{11}B 的质量比为 1/4, 所以 ^{10}B 的质量分数为 20%, 答案为 A 选项。

分析: 元素的近似相对原子质量 $= M_A \times a\% + M_B \times b\%$,

万方数据

M_A, M_B 表示同位素的质量数, $a\%, b\%$ 表示同位素原子的百分含量或物质的量百分含量。所以此例根据十字交叉法得到的比值 1/4 为 ^{10}B 和 ^{11}B 的物质的量比, 并非质量比。 ^{10}B 和 ^{11}B 的质量比应为 $\frac{1 \times 10}{4 \times 11} = \frac{1}{4.4}$, 故 ^{10}B 的质量分数为 $\frac{1}{5.4} \times 100\% < 20\%$, 答案为 C 选项。

2.2 X、Y 具有加合性

[例 2] 在 100 g 浓度为 18 mol/L 密度为 ρ 的浓硫酸中, 加入一定量的水稀释成 9 mol/L 的硫酸, 则加入水的体积()

- A. <100 mL B. 100 mL
C. >100 mL D. (100/ ρ) mL

错解: 根据十字交叉法 $\begin{array}{c} 18 & & 9 \\ & \diagdown & / \\ & 9 & \\ & / & \diagdown \\ 0 & & 9 \end{array} \text{---} = \frac{1}{1}$ 可知, 浓硫酸与

水的质量比为 1:1, 所以应加入 100 g 的水, 即水的体积为 100 mL, 答案为 B 选项。

分析: 此题是溶液的稀释问题, 溶液的稀释规律有 2 种表示方法:

① 稀释前后溶质的质量相等 $\omega_1 \cdot m_1 = \omega_2 \cdot m_2$, 其中 $m_2 = m_1 + m_{\text{水}}$, 具有加合性。(m 表示溶液的质量, ω 表示溶质的质量分数)

② 稀释前后溶质的物质的量相等 $c_1 \cdot V_1 = c_2 \cdot V_2$, 其中 $V_2 \neq V_1 + V_{\text{水}}$, 不具有加合性。(V 表示溶液的体积, c 表示物质的量浓度)

因此, 当浓溶液与水等质量混合时, 由于溶液的质量有加合性, 溶液的体积没有加合性, 稀溶液中溶质的质量分数变为原来的 1/2, 物质的量浓度不是原来的 1/2。所以, 只有在已知溶质的质量分数的条件下, 才能根据十字交叉法计算溶液稀释时浓溶液与水的质量比。本题已知的是物质的量浓度, 没有溶液的密度, 无法换算出溶质的质量分数, 不符合十字交叉法运用的条件, 正确的解法如下:

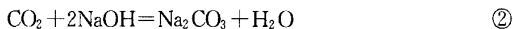
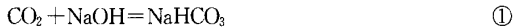
设需加水 x g, 稀释后溶液的密度为 d , 根据 $c_1 \cdot V_1 = c_2 \cdot V_2$, 有 $18 \times \frac{100}{\rho} = 9 \times \frac{100+x}{d}$ 化简得 $x = 200 \times \frac{d}{\rho} - 100$, 因为 $d < \rho$ 所以 $x < 100$, 答案为 A 选项。

2.3 X+Y=1

[例3] 用1 L 1.0 mol/L的NaOH溶液吸收0.8 mol的CO₂, 所得的溶液中的CO₃²⁻和HCO₃⁻的物质的量浓度比约是()

- A. 1:3 B. 2:1 C. 2:3 D. 3:2

分析: CO₂和NaOH溶液反应时由于反应物相对量的不同有以下2种可能:



解1: 根据 $n(\text{NaOH}) : n(\text{CO}_2) = 1 : 0.8$, 运用十字交叉

法有

$$\begin{array}{ccc} 1:1 & & 3/4 \\ & \diagdown & / \\ & 1:0.8 & = \frac{3}{1} \\ & / & \diagdown \\ 2:1 & & 1/4 \end{array}$$

则 $n(\text{HCO}_3^-) : n(\text{CO}_3^{2-}) = 3 : 1$, 答案为A选项。

解2: 根据 $n(\text{CO}_2) : n(\text{NaOH}) = 0.8 : 1$, 运用十字交叉

法有

$$\begin{array}{ccc} 1:1 & & 0.3 \\ & \diagdown & / \\ & 0.8:1 & = \frac{3}{2} \\ & / & \diagdown \\ 1:2 & & 0.2 \end{array}$$

则 $n(\text{HCO}_3^-) : n(\text{CO}_3^{2-}) = 3 : 2$, 答案为D选项。

分析: 出现不同答案的原因是2种解法中 $X+Y=1$ 的含义不同。

解1是设CO₂物质的量为1 mol时, 消耗的NaOH为1.25 mol, 即 $X+Y=1$, $X+2Y=1.25$, 又 $\text{NaHCO}_3 \sim \text{CO}_2$, $\text{Na}_2\text{CO}_3 \sim \text{CO}_2$, $X : Y = n(\text{CO}_2)_1 : n(\text{CO}_2)_2 = n(\text{HCO}_3^-) : n(\text{CO}_3^{2-})$, 答案A正确。

解2是设NaOH的物质的量为1 mol时, 消耗的CO₂为0.8 mol, 即 $X+Y=1$, $X+0.5Y=0.8$, $\text{NaHCO}_3 \sim \text{NaOH}$, $\text{Na}_2\text{CO}_3 \sim 2\text{NaOH}$, $X : Y = n(\text{NaOH})_1 : n(\text{NaOH})_2 \neq n(\text{HCO}_3^-) : n(\text{CO}_3^{2-})$, 答案D错误。此时应根据 $\text{Na}_2\text{CO}_3 \sim \text{NaOH}$, 进行换算 $3 : 2 \times \frac{1}{2} = 3 : 1$ 得到正确答案。

因此, 运用“十字交叉法”时, 要求满足 $X+Y=1$ 的条件, 是使 $aX+bY=c$ 中的 a, b 的值(极端值)与 c 的值(平均值)必须具有相同的标准, 计算时选择哪一种物质作为 $X+Y=1$, 则交叉所得的即为该物质对应的物理量之比, 还应考虑 X 和 Y 的比与题目的设问是否一致, 若不一致还应将“十字交叉法”所得的结果根据它们的相互关系进行换算。

[例4] 某化学工作者取一定量的铷(Rb)在O₂中点燃, 铷在O₂中剧烈燃烧生成棕色的过氧化铷(Rb₂O₂)和深棕色的超氧化铷(RbO₂)的混合物, 并测得混合物中铷的质量分数为 $\frac{255}{335}$, 则其中过氧离子(O₂²⁻)与超氧离子(O₂⁻)的物质的量之比为()

- A. 1:1 B. 4:1 C. 1:4 D. 1:2

分析: 该混合物中氧的质量分数为 $(1 - \frac{255}{335}) = \frac{80}{335}$, 则

$$n(\text{Rb}) : n(\text{O}) = \frac{255}{85} : \frac{80}{16} = 3 : 5$$

若根据 $n(\text{Rb}) : n(\text{O})$ 的值, 相当于设氧原子(O)的物质的量为1 mol, 因为 $\text{Rb}_2\text{O}_2 \sim 2\text{O}$, $\text{RbO}_2 \sim 2\text{O}$, 物质的量之比

相同, 所以可运用十字交叉法

$$\begin{array}{ccc} 1/1 & & 1/10 \\ & \diagdown & / \\ & 3/5 & = \frac{1}{4} \\ & / & \diagdown \\ 1/2 & & 4/10 \end{array}$$

子(O₂²⁻)与超氧离子(O₂⁻)的物质的量之比为1:4, 答案为C选项。

若根据 $n(\text{O}) : n(\text{Rb})$ 的值, 相当于设铷原子(Rb)的物质的量为1 mol, 因为 $\text{Rb}_2\text{O}_2 \sim 2\text{Rb}$, $\text{RbO}_2 \sim \text{Rb}$, 物质的量之

比不相同, 运用十字交叉法

$$\begin{array}{ccc} 1/1 & & 1/3 \\ & \diagdown & / \\ & 5/3 & = \frac{1}{2} \\ & / & \diagdown \\ 2/1 & & 2/3 \end{array}$$

应根据 $\frac{1}{2}\text{Rb}_2\text{O}_2 \sim \text{Rb}$, 进行换算 $1 \times \frac{1}{2} : 2 = 1 : 4$ 才是正确的答案, 所以D选项错误。

3 解题思路的建立

综上所述, 在应用“十字交叉法”确定二元混合物含量关系的化学计算中, 其含量关系应满足方程 $X+Y=1$, $aX+bY=c$ (其中 a, b, c 均大于0, 且 $a < c < b$), 解题过程中还应注意理解“ X 和 Y 的物理量”、“ X 和 Y 应具有加合性”、“ $X+Y=1$ 的选择”等3个问题。因此, 运用“十字交叉法”进行计算的基本思路为:

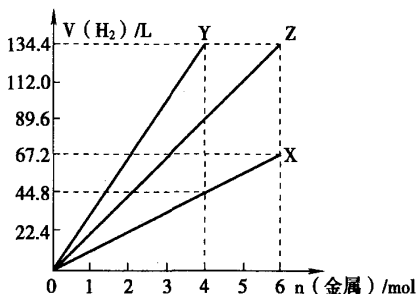
确定 $X+Y=1$ 的化学含义 → 确定 a, b, c 的数值 →

确定 X/Y 与问题的关系

即首先要确定 X 和 Y 对应的物质及其物理量, 并以 $X+Y=1$ 作为标准确定 a, b, c 的值, 然后将 a, b, c 交叉得出 X/Y , 若 X/Y 与问题不一致时再根据相互关系进行换算。

[例5] 下图是金属 X, Y 以及它们的合金 Z 分别与足量稀硫酸反应时产生氢气之间的关系, 其中横坐标表示消耗金属的物质的量, 纵坐标表示产生氢气的体积(标准状况)。下列有关 Z 的组成的判断正确的是()

- A. $n(\text{K}) : n(\text{Al}) = 1 : 1$
B. $n(\text{Mg}) : n(\text{K}) = 1 : 2$
C. $n(\text{Na}) : n(\text{Fe}) = 1 : 2$
D. $n(\text{Na}) : n(\text{Al}) = 1 : 3$



已知: 由图示可知, 金属 X, Y, Z 与稀硫酸反应产生H₂的物质的量之比分别是 $2X \sim \text{H}_2$, $2Y \sim 3\text{H}_2$, $Z \sim \text{H}_2$, 所以 X 的化合价

为+1价,Y的化合价为+3价,Z的平均化合价为+2价。

解1:若 $X+Y=1$ 对应的物质选择金属,即当金属的物质的量为 1 mol 时,则 $a、b、c$ 的值为金属 X、Y、Z 与稀硫酸生成 H_2 的物质的量分别是 $1/2、3/2、1$,根据十字交叉法有:

$$\begin{array}{c} 1/2 \quad 1/2 \\ \quad \diagdown \quad \diagup \\ \quad \quad 1 \\ \quad \diagup \quad \diagdown \\ 3/2 \quad 1/2 \end{array} = \frac{1}{1}, \text{该比值即为金属 X 和 Y 的物质的量之比,答案为 A.}$$

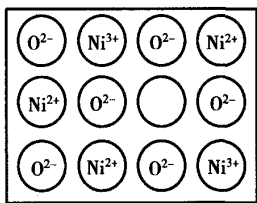
解2:若 $X+Y=1$ 对应的物质选择 H_2 ,即当 H_2 的物质的量为 1 mol 时,则 $a、b、c$ 的值为消耗金属的物质的量分别

为 $2、2/3、1$,根据十字交叉法有:

$$\begin{array}{c} 2 \quad 1/3 \\ \quad \diagdown \quad \diagup \\ \quad \quad 1 \\ \quad \diagup \quad \diagdown \\ 2/3 \quad 1 \end{array} = \frac{1}{3}, \text{该比值应}$$

是金属 X 和 Y 产生 H_2 的物质的量之比,与问题不一致。再根据 $2X \sim H_2、2Y \sim 3H_2$ 可得金属 X 和 Y 的物质的量之比为 $1 \times 2 : 3 \times 2/3 = 1 : 1$,仍为 A 正确。

[例6] 天然的和绝大多数人工制造的晶体都存在各种缺陷。例如,某种 NiO 的晶体就存在如下图所示的缺陷,有一个 Ni^{2+} 空缺,另有 2 个 Ni^{2+} 被 2 个 Ni^{3+} 所取代,其结果晶体仍呈电中性,但化合物中 Ni 原子和 O 原子的比值却发生了变化,该氧化镍样品的组成为 $Ni_{0.97}O$ 。试计算该晶体中 Ni^{3+} 与 Ni^{2+} 的离子个数比。



已知: $2Ni^{3+} \sim 3O^{2-}, Ni^{2+} \sim O^{2-}$

解1:若以 O^{2-} 离子数为 1 作为标准,镍离子数 $a、b、c$ 的值分别为 $2/3(Ni^{3+})、1(Ni^{2+})、0.97$ (平均值),根据十字交叉法有:

$$\begin{array}{c} 2/3 \quad 0.09/3 \\ \quad \diagdown \quad \diagup \\ \quad \quad 0.97 \\ \quad \diagup \quad \diagdown \\ 1 \quad 0.91/3 \end{array} = \frac{9}{91}, \text{该比值为 } O^{2-} \text{ 离子数之}$$

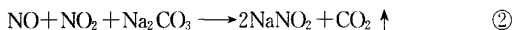
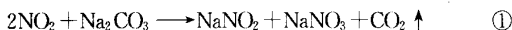
比,所以 Ni^{3+} 与 Ni^{2+} 的离子个数比为 $9 \times (2/3) : 91 = 6 : 91$ 。

解2:若以镍离子数为 1 作为标准, O^{2-} 离子数 $a、b、c$ 的值分别为 $3/2、1、1/0.97$ (平均值),根据十字交叉法有:

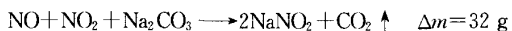
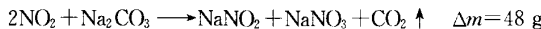
$$\begin{array}{c} 3/2 \quad 6/194 \\ \quad \diagdown \quad \diagup \\ \quad \quad 1 \\ \quad \diagup \quad \diagdown \\ 1 \quad 91/194 \end{array} = \frac{6}{91}, \text{该比值即为 } Ni^{3+} \text{ 与 } Ni^{2+} \text{ 的离子个}$$

数比。

[例7] (2005年上海高考)硝酸工业生产中的尾气可用纯碱溶液吸收,有关的化学反应为:



现有 1000 g 质量分数为 21.2% 的纯碱吸收液,吸收硝酸工业尾气,每产生 22.4 L(标准状况) CO_2 时,吸收液质量就增加 44 g。计算吸收液中 $NaNO_2$ 和 $NaNO_3$ 物质的量之比。解析:



由上可知,当反应产生 1 mol CO_2 时,反应①、②和实际溶液质量的增加分别为 48 g、32 g 和 44 g,运用十字交叉法

$$\begin{array}{c} 48 \quad 12 \\ \quad \diagdown \quad \diagup \\ \quad \quad 44 \\ \quad \diagup \quad \diagdown \\ 32 \quad 4 \end{array} = \frac{3}{1}, \text{但 } 3 : 1 \text{ 为反应①、②产生的 } CO_2 \text{ 的物}$$

质的量之比,换算可得 $n(NaNO_2) : n(NaNO_3) = 5 : 3$ 。

这一解题思路,从以上 3 个关键环节入手,使“十字交叉法”的运用成为有序的和可操作的方法,避免了由于解题时的盲目性和随意性产生的错误,有效地解决十字交叉法在应用上的难点。

参 考 文 献

[1] 刘有智. 化学教育, 2005, 26(1): 59-61
 [2] 林海伦. 化学教学, 2000, (6): 37-40
 [3] 赵庆生, 赵华颖. 化学教育, 2000, (12): 30-33

欢迎订阅 2007 年《化学教育》

邮发代号: 2-106 每期定价: 8.00 元 年定价: 96 元(中国化学会会员享受 7 折优惠)

2007 年《化学教育》将继续报道化学学科的新成就和新发展; 关注与社会、生活紧密联系的化学知识; 提供最新的化学教育理论、教学策略和教学成果; 反映最新的化学课程改革和高考动态; 报道最新的实验教学经验, 独特的实验改进方法和实验设计方案; 探讨化学教学中的各种问题; 探索高考复习的有效策略和方法; 报道与化学教育有关的国内外信息及各项化学竞赛!

直接在编辑部订阅, 享受 8 折优惠! (可随时订阅)

汇款地址: 100875 北京西区 北京师范大学化学学院《化学教育》编辑部 孙秀丽 电话: 010-58807875