

对一道错题的剖析——兼谈十字交叉法的应用

万辉霞¹, 钟辉生²

(1.江西省宁都县第三中学, 江西宁都 342800; 2.江西省宁都县第四中学, 江西宁都 342800)

摘要: 对一道计算题的错误进行了剖析, 在对题数据进行修正后, 根据十字交叉法的原理, 对修正的试题给出了多种解法。按照有效性原则, 本文还设计了四道有关混合烃的计算例题。

关键词: 十字交叉法; 氢碳比; 混合烃计算; 平均碳原子数

文章编号: 1005-6629(2013)3-0078-02

中图分类号: G633.8

文献标识码: B

1 问题提出

读了李薇老师“十字交叉法应用中的常见问题及解析”^[1]一文(原文见《化学教学》2012年第5期), 感觉受益匪浅。在仔细分析了李老师原创题例2后, 笔者对如何正确应用十字交叉法解题产生了一些新的认识, 提出来与李老师及广大同行分享。

原题: 相邻两种烷烃的混合物 20 mL, 完全燃烧后生成 30 mL 的 CO₂, 48 mL 的 H₂O。求该烷烃的可能组合及体积比。

作者先根据混合烃的平均分子式 C_{1.5}H_{4.8} 确定相邻两种烃分别为甲烷 CH₄ 和乙烷 C₂H₆。再由氢碳比的十字交叉法进行求解。得出甲烷与乙烷的体积比为 1:2。具体解答过程见原文。

在确定相邻两种烷烃为分别是甲烷 CH₄ 和乙烷 C₂H₆ 后, 按常规解法为: 设混合物中 CH₄、C₂H₆ 体积分别为 x、y。

若根据混合物烃的体积和二氧化碳的体积可得一个二元一次方程

$$\begin{cases} x+y=20 \text{ mL} \\ x+2y=30 \text{ mL} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=10 \text{ mL} \\ y=10 \text{ mL} \end{cases}$$

所以甲烷和乙烷体积比为 1:1;

若是根据混合物烃的体积和水的体积也可得一个二元一次方程:

$$\begin{cases} x+y=20 \text{ mL} \\ 2x+3y=48 \text{ mL} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=12 \text{ mL} \\ y=8 \text{ mL} \end{cases}$$

所以甲烷和乙烷体积比为 3:2。

两种解法得出的结果自相矛盾, 这启示我们在这种数据下没有符合题意的解。问题是李老师用氢碳比进行十字交叉后却能得出一个结果来, 太让人匪夷所思了。

2 问题释疑

我们知道十字交叉法适合带有平均值的二元混合

体系的相关计算^[2]。它是二元一次方程组求解的简化形式, 把乘除运算转化为加减运算, 给计算带来很大的方便。“十字交叉法”的具体推导过程如下:

$$\text{二元一次方程} \begin{cases} x_1+x_2=1 \\ a_1x_1+a_2x_2=a_{\text{平}} \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} a_1 & & |a_2-a_{\text{平}}| \\ & a_{\text{平}} & \\ & & a_2 & & |a_1-a_{\text{平}}| \end{matrix}$$

$$\text{结论: } \frac{x_1}{x_2} = \frac{|a_2-a_{\text{平}}|}{|a_1-a_{\text{平}}|}$$

十字交叉法所得出来的比值通常为物质的量之比或质量之比甚至体积比(不包括溶液体积, 除非溶液体积可以作简单相加处理)。应用十字交叉法的难点在于确定比值的含义。李老师给出了确定比值简单有效的新方法: 分母单位法, 即分母单位为分量间的配比含义。

利用平均氢碳比进行十字交叉求解混合烃的一类试题, 实际上是将两个二元一次方程复合成一个二元一次方程。这种复合的结果会带来四个问题: (1) 十字交叉所得的比值含义发了变化; (2) 把简单问题复杂化; (3) 可能让原本无解的试题变得有解; (4) 也可能让原本有解的试题变得无解。

若上述试题数据本身不存在矛盾问题, 同样可以用十字交叉法进行求解。

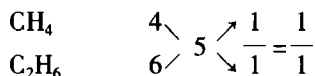
例 1 相邻两种烷烃的混合物 20 mL, 完全燃烧后生成 30 mL 的 CO₂, 50 mL 的 H₂O。求该烷烃的可能组成及体积比。

解: 混合烃的平均化学式为 C_{1.5}H₅。所以相邻的两种烷烃必为甲烷和乙烷。根据平均碳原子数进行十字交叉。

$$\begin{matrix} \text{CH}_4 & & 1 & & \nearrow & 0.5 & \searrow & 1 \\ & & & & 1.5 & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & \nwarrow & 0.5 & \nearrow & 1 \\ \text{C}_2\text{H}_6 & & 2 & & & & & \end{matrix} = \frac{1}{1}$$

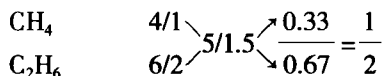
所得比值为甲烷和乙烷的体积比。

也可以根据平均氢原子数进行十字交叉。



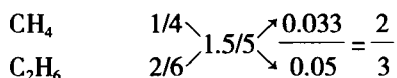
所得比值也为甲烷和乙烷的体积比。

若根据平均氢碳比进行十字交叉, 由于氢碳比是个复合量, 所得比值为混合物中甲烷和乙烷碳原子物质的量之比。



由于每摩尔甲烷中含有 1 mol 碳原子, 每摩尔乙烷中含有 2 mol 碳原子。设混合物中甲烷物质的量为 x , 乙烷物质的量为 y 。则有 $x:2y=1:2$, 得出 $x:y=1:1$ 。即甲烷和乙烷的体积比为 1:1。

同理根据平均碳氢比进行十字交叉, 所得比值则为混合中甲烷和乙烷氢原子的物质的量之比。

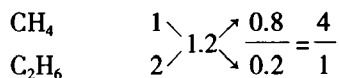


由于每摩尔甲烷中含有 4 mol 氢原子, 每摩尔乙烷中含有 6 mol 氢原子。则有 $4x:6y=2:3$, 得出 $x:y=1:1$ 。同样甲烷和乙烷的体积比为 1:1。

3 混合烃试题的有效设计

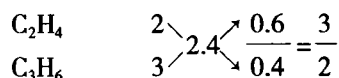
例 2 15 mL 两种相邻混合气态烷烃完全燃烧, 在相同条件下生成 18 mL CO_2 , 求该混合烃的组成及体积比。

解析点评: 根据平均氢碳比的思路, 本题则缺少条件, 似乎无解。但是我们可以算出混合烃平均分子式中的碳原子个数为: $18/15=1.2$ 。既然是相邻烷烃, 所以混合烃的组成为甲烷和乙烷。根据平均碳原子数进行十字交叉相减后所得差值之比为甲烷和乙烷体积之比。



例 3 某同系物中相邻两种混合气态烃共 12 mL, 在空气中完全燃烧, 相同条件下生成 28.8 mL CO_2 和 28.8 mL 水蒸气。求该混合烃的组成及体积比。

解析点评: 求出混合烃的平均化学式为 $\text{C}_{2.4}\text{H}_{4.8}$ 。因为该混合烃为相邻的两种同系物, 根据碳氢比为 1:2 可知混合烃为烯烃系列。所以相邻烃组成为乙烯 C_2H_4 和丙烯 C_3H_6 。若根据平均碳氢比则无法用十字交叉法计算, 因 C_2H_4 和 C_3H_6 的碳氢比也为 1:2。而根据平均碳原子数进行十字交叉所得差值之比为乙烯和丙烯的体积之比。



例 4 10 mL 两种混合气态烃在空气中完全燃烧, 相同条件下生成 25 mL CO_2 和 25 mL 水蒸气。该混合

烃的组成可能为 ()

- A. CH_4 、 C_3H_6 B. C_2H_4 、 C_4H_{10}
C. C_2H_2 、 C_3H_6 D. C_3H_8 、 C_2H_2

解析点评: 先求出混合烃的平均化学式为 $\text{C}_{2.5}\text{H}_5$, 根据所给出的选项, 分别用平均碳原子数和平均氢原子数求出两者的比值, 若相等则符合题意, 若不相等则不符合题意。

A 项, 用平均碳原子数十字交叉后得出 $V(\text{CH}_4):V(\text{C}_3\text{H}_6)=1:3$, 而根据平均氢原子数十字交叉后得出 $V(\text{CH}_4):V(\text{C}_3\text{H}_6)=1:1$, 所以不符合题意。

B 项, 用平均碳原子数十字交叉后得出 $V(\text{C}_2\text{H}_4):V(\text{C}_4\text{H}_{10})=3:1$, 而根据平均氢原子数十字交叉后得出 $V(\text{C}_2\text{H}_4):V(\text{C}_4\text{H}_{10})=5:1$, 所以不符合题意。

C 项, 用平均碳原子数十字交叉后得出 $V(\text{C}_2\text{H}_2):V(\text{C}_3\text{H}_6)=1:1$, 而根据平均氢原子数用十字交叉后得出 $V(\text{C}_2\text{H}_2):V(\text{C}_3\text{H}_6)=1:3$, 所以不符合题意。

D 项, 用平均碳原子数十字交叉后得出 $V(\text{C}_3\text{H}_8):V(\text{C}_2\text{H}_2)=1:1$, 而根据平均氢原子数用十字交叉后得出 $V(\text{C}_2\text{H}_2):V(\text{C}_3\text{H}_6)=1:1$, 所以选 D。

如果根据平均氢碳比则可以快速获取正确答案。由于混合烃的平均化学式为 $\text{C}_{2.5}\text{H}_5$, 其氢碳比为 $5/2.5=2$ 。所以混合烃中一种烃的氢碳比须大于 2, 另一种烃的氢碳比须小于 2。在所给的组成中, 只有 D 项满足此条件。

例 5 某同系物中的两种相邻混合气态烃在空气中完全燃烧, 相同条件下生成 15 mL CO_2 和 25 mL 水蒸气。求该混合烃的组成及体积比。

解析点评: 因缺少混合烃的体积, 所以只能算出混合烃的平均实验式。其平均实验式为 C_3H_{10} , 丙烷的化学式也不过为 C_3H_8 , 似乎无解。但是我们不妨从二氧化碳的体积和水蒸气的体积关系得到启发。因为本题中二氧化碳的体积小于水蒸气的体积, 符合此条件的只有烷烃。烯烃的燃烧产物中二氧化碳的体积等于水蒸气的体积, 而炔烃的燃烧产物中二氧化碳的体积小于水蒸气的体积。烷烃的通式为: $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$, 则有 $2n+2/n=10/3$, 解得 $n=1.5$ 。所以混合烃的平均化学式为 $\text{C}_{1.5}\text{H}_5$ 。既为相邻烃, 可知混合烃的组成为甲烷 CH_4 和乙烷 C_2H_6 。由平均碳原子的十字交叉法可直接求出两者的体积比为 1:1。

参考文献:

- [1] 李薇. 十字交叉法应用中的常见问题及解析 [J]. 化学教学, 2012, (5): 65.
[2] 周建化, 向太平. “十字交叉法”错例分析及解题思路的建立 [J]. 化学教育, 2007, (2): 60~62.